**Предмет:** геометрия

**Класс:** 9

**Учебник:** Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 7–9 классы. – М.: Просвещение, 2011.

**Тема урока:** «Теорема косинусов (нахождение стороны треугольника по двум другим его сторонам и углу между ними)»

**Тип урока:** открытие нового знания

**Автор урока:** учитель математики Алексеенков В.В., АНО НОО «Наши традиции»

**Основные цели:**

***Метапредметные:***

1. Тренировать умение фиксировать собственные затруднения, выявлять причину возникшего затруднения, ставить цель, составлять план действий.

2. Формировать мотивацию к учебной деятельности как одно из средств развития и социализации личности учащихся.

***Предметные:***

1. Формировать умение строить доказательство теорем на примере теоремы косинусов.

2. Формировать умение применять теорему косинусов для решения геометрических задач.

**Материалы к занятию**

**Оборудование:** проектор, компьютер, экран.

**Демонстрационный материал:** 1) презентация; 2) плакаты-эталоны; 3) образцы для самопроверки.

**Раздаточный материал:** 1) задание для актуализации знаний; 2) задания для самостоятельной работы; 3) задания для этапа включения в систему знаний.

* **Ход урока**

***1. Мотивация к учебной деятельности.***

− Доброе утро, ребята.

– Что вы изучаете на уроках геометрии?

* Скорее всего, учащиеся скажут «координаты» или «векторы», но их нужно подвести к более общему понятию – свойства геометрических фигур

– Какую фигуру мы чаще всего рассматривали? (Треугольники.)

– Какие бывают треугольники? (Остроугольные, прямоугольные и тупоугольные.)

− С какой целью изучаем свойства, теоремы о треугольниках? (Чтобы решат задачи.)

– Давайте вспомним, какие теоремы о соотношениях между сторонами и углами различных треугольников мы уже знаем.

* В беседе с учениками нужно вспомнить теорему Пифагора, определения синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника, их значения для углов 30°, 45° и 60°.

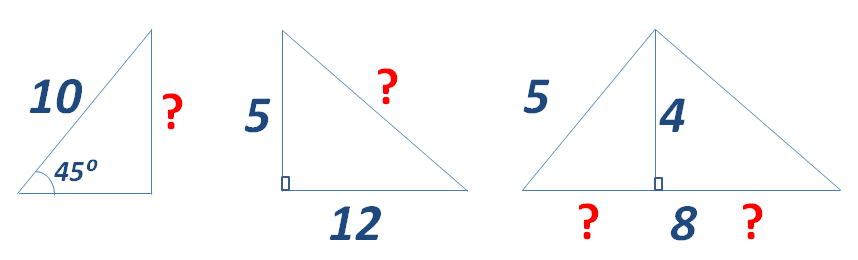
− Сегодня вы продолжите изучать теоремы о свойствах треугольника, которые сможете применять при решении задач. Как вы будете открывать новые свойства?

− Успешной была ваша работа на прошлых уроках?

− Что вам помогало справиться с затруднениями и достичь успеха?

***2. Актуализация знаний и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.***

– Далее вы будете работать в группах. Каждой группе предлагается решить задачу по рисунку и определить, какими из изученных ранее эталонов воспользовались, затем найти этот эталон среди имеющихся и прикрепить его в центре доски.



* Первое задание нужно дать самой слабой группе, другие задания – более сильным группам.

– Итак, молодцы ребята, верно справились с задачами. На доске у нас появились два эталона:

**Эталон 1** «*Определение синуса острого угла прямоугольного треугольника*», что помогает находить этот эталон? (Высоту треугольника по стороне и противолежащему этой высоте углу.)

**Эталон 2** «*Теорема Пифагора*». При нахождении чего вы используете этот эталон?

− К этим эталонам добавим:

**Эталон 3** «*Определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника*»

**Эталон 4** «*Основное тригонометрическое тождество*»

**Эталон 5** «*Формула синуса дополнительного до* 180° *угла*».

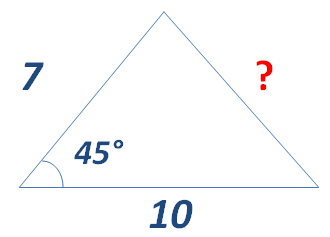
− Вспомним также, что алгебра и геометрия – это две руки одного и того же организма, и возьмем эталон из алгебры:

**Эталон 6** «*Формула квадрата разности*». Кто найдет эти эталоны и поместит в центр доски? Эти эталоны вам понадобятся сегодня на уроке.

− Какое следующее вы должны выполнить, чтобы определить, что вы не знаете? (Мы должны выполнить пробное действие.)

* Задание на затруднение.

− Итак, вы решали задачи нахождения сторон треугольников, в которых есть прямой угол, и у вас на это ушло не более 2 мин. Решите такую задачу за 2 мин: стороны треугольника равны 10 и 7, угол между ними равен 45°. Найдите третью сторону.



− Возникнут ли у вас затруднения при выполнении задания?

* На доске карточки с формулировками возможных затруднений.

Я пока не могу найти третью сторону.

Я пока не могу так быстро найти третью сторону.

− Посмотрите на карточки и запишите номер той карточки, на которой сформулировано затруднение, которое может у вас возникнуть.

* Учитель предлагает нескольким ученикам озвучить возможные затруднения.

***3. Выявление причины затруднения.***

− Какое задание вы должны были выполнить? (Найти третью сторону непрямоугольного! треугольника по двум другим сторонам и углу между ними.)

− Почему у вас возникнет затруднение? (Не знаем эталона, с помощью которого можно сразу найти сторону треугольника по двум другим сторонам и углу между ними.)

***4. Построение проекта выхода из затруднения.***

− Сформулируйте цель вашей деятельности. (Узнать, как можно сразу найти сторону треугольника по двум другим сторонам и углу между ними.)

− Сформулируйте тему урока. («Нахождение стороны треугольника по двум другим сторонам и углу между ними».)

* На доске открывается тема урока.

− Итак, у вас возникло затруднение при выполнении пробного задания. Что вы использовали для решения аналогичных задач для прямоугольного треугольника? (Использовали эталоны, которые сейчас весят в центре доски.)

− Теперь, зная, что нужно использовать, попробуйте в группах решить поставленную задачу в общем виде и получить эталон, с помощью которого можно сразу найти сторону треугольника по двум другим сторонам и углу между ними.

***5. Реализация проекта выхода из затруднения.***

* Учащиеся работают в группах. Средства для открытия знания (раздаточный материал для групп):

**?**

***а***

***b***

***γ***

***В***

***В***

***С***

***А***

***Н***

***Н***

***Н***

***А***

***С***

***В***

***С***

***А***

**?**

***а***

***b***

***γ***

**?**

***а***

***b***

***γ***

* Примерные рассуждения учащихся :

1. Дополнительное построение: высота *ВН*.

2. С помощью *эталона* 1 найдем *ВН*: (во втором случаем, с использованием *эталона* 4, ).

3. С помощью *эталона* 3 найдем *СН*: (во втором случаем, с использованием *эталона* 4, ).

4. Найдем *АН*: *АН* = *АС* – *СН* (во втором случае *АН* = *АС* + *СН*, в третьем *АН* = *СН* – *АС*.)

(во втором случае , в третьем ).

В любом случае .

5. По теореме Пифагора (*эталон* 2) из треугольника *ABH* найдем *AB*:

.

Преобразуем полученное выражение, используя *эталон* 5:

.

– Ребята, как вы видите, во всех трех случаях получилось одно и то же равенство для нахождения неизвестной стороны. Поэтому можно утверждать, что это равенство справедливо для любого треугольника. Это равенство принято называть теоремой косинусов. Итак, у нас теперь есть еще один *эталон*.

* Эталон:

|  |
| --- |
| ***c***  ***а***  ***b***  ***γ***  ***В***  ***С***  ***А***  **Теорема косинусов: *квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:***  или, короче, |

***6. Первичное закрепление во внешней речи.***

– Что теперь необходимо сделать? (Надо научиться использовать теорему косинусов для решения задач.)

− Я предлагаю решить задачу из пробного действия: стороны треугольника равны 10 и 7, угол между ними равен 45°.

* Один ученик работает у доски, комментируя свои действия, остальные работают в тетрадях
* Образец решения:

|  |
| --- |
| **Теорема косинусов:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:  Ответ: . |

***7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.***

– Что теперь необходимо сделать? (Надо каждому проверить, как он понял теорему косинусов.)

* Учащимся предлагается самостоятельно решить задачу. После выполнения работы учащиеся сопоставляют свои работы с эталоном для самопроверки.

Задача:

«В треугольнике *АВС* стороны *ВС*=6, *АС*=5, угол *ВСА* составляет 60°. Найдите сторону *АВ»*.

* Эталон для самопроверки:

|  |
| --- |
| **Теорема косинусов:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:  ***c***  ***6***  ***5***  ***60⁰***  ***В***  ***С***  ***А***  Ответ: . |

− У кого задание вызвало затруднение?

− На каком шаге использования теоремы?

− В чем причина возникшего затруднения?

− У кого задание выполнено правильно?

***8. Включение в систему знаний.***

– Давайте теперь посмотрим, как теорема косинусов поможет вам решать другие задачи. Например, известно, что треугольник является жесткой фигурой, то есть однозначно определяется своими сторонами. А как определить углы треугольника, если известны все его стороны? Решим следующую задачу: в треугольнике со сторонами 5, 7, 8 найдите больший угол.

* Учащиеся решают задачу в группах и проверяют свои работы с эталоном для самопроверки
* Эталон для самопроверки:

|  |
| --- |
| Больший угол треугольника лежит против его большей стороны – *АВ*.  **Теорема косинусов:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:    Ответ: . |

– Теперь с помощью той же теоремы косинусов, зная косинус угла *АСВ* можно найти и медиану *ВМ*.

* Учащиеся решают задачу в группах и проверяют свои работы с эталоном для самопроверки.
* Эталон для самопроверки :

|  |
| --- |
| **Теорема косинусов для треугольника *BMC*:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:      Ответ: . |

***9. Рефлексия деятельности на уроке.***

– Что нового вы сегодня узнали? (Мы узнали теорему косинусов – формулу, с помощью которой мы можем найти третью сторону произвольного треугольника по двум другим его сторонам и углу между ними.)

– Какую цель ставили перед собой?

– Достигнута ли поставленная цель?

– Как вы ее достигали?

– Можно ли считать теорему косинусов обобщением теоремы Пифагора? (Можно ли считать теорему Пифагора частным случаем теоремы косинусов?)

− Где вы сможете применить новые знания? (При решении задач по геометрии)

− Оцените свою деятельность на уроке:

покажите руками тупой угол, если у вас ничего не получилось;

покажите руками острый угол, если все получилось;

покажите руками прямой угол, если были трудности.

– Ребята, как вы помните, последние уроки у нас были посвящены векторам. В качестве домашнего задания, я предлагаю вам ознакомиться с доказательством теоремы косинусов с помощью метода координат. А может быть кто-то из вас предложит еще какое-нибудь доказательство этой важной теоремы, например, используя понятие вектора (не находя их координаты). А мы с вами на следующем уроке обсудим все эти доказательства.

***Домашнее задание:*** п. 98. № 1025(е, ж, з), 1030.