**Предмет:** алгебра

**Тема урока: «**Сумма *n*-первых членов арифметической прогрессии».

**Тип урока**: ОНЗ

**Автор:** Угарова Ю.Г., учитель математики МБОУ ООШ № 20 п. Никель Мурманской области

**Основные цели урока.**

***Предметные:***

**1) формировать умение строить формулы на примере формулы нахождения** суммы *n-*первых членов арифметической прогрессии;

**2) организовать работу по получению информации учащимися об истории возникновения и бывшего названия** суммы *n*-первых членов арифметической прогрессии.

***Личностные:***

**1) развивать творческую и мыслительную деятельность учащихся на уроке посредством анализа арифметической прогрессии, вывода формул;**

**2) с помощью решения задач исследовательского характера и самостоятельного вывода учащимися формул, развивать интеллектуальные качества личности школьников такие, как самостоятельность, гибкость, способность к оценочным действиям, обобщению.**

***Метапредметные:***

**1) формируем умение фиксировать шаги учебной деятельности;**

**2) формировать умение проводить самопроверку и самооценку своей деятельности;**

**3) тренировать умение фиксировать затруднение в деятельности, фиксировать причину возникшего затруднения;**

**4) формировать умение ставить цель деятельности, отбирать средства для ее реализации;**

**5) прививать учащимся интерес к предмету посредствам применения информационных технологий (с использованием компьютера), решения исторических задач;**

**6) формировать умения аккуратно и грамотно выполнять математические записи.**

**Оборудование: компьютер, проектор, экран.**

**Раздаточный материал**: чистые листы, таблицы, листочки для рефлексии.

* **Ход урока:**

***1. Мотивация к учебной деятельности***

* **Учитель читает высказывание:**

*Считать несчастным тот день или тот час, в который ты не усвоил ничего нового, ничего не прибавил к своему образованию.*

Ян Амос Коменский (чешский педагог, живший в 17 веке)

− Я хочу, чтобы этот час, который длится урок, стал для вас счастливым, принес много открытий, опыта и хорошего настроения.

− Какую тему вы начали изучать? («Числовые последовательности».)

− С каким особым видом числовой последовательности познакомились? (С арифметической прогрессией.)

− Что вы научились находить в арифметической прогрессии?(*n*-ый член арифметической прогрессии по формуле.)

− Сегодня вас ждут новые открытия в мире последовательностей. Как вы выясняете, что не знаете? (Повторяем необходимое, подводим итог повторения, работаем с пробным заданием, если оно не получается, фиксируем своё затруднение, находим место и причину затруднения.)

− Что вы сейчас повторили? (Шаги учебной деятельности.)

− А если вы сами определяете, что вы не знаете, находите способ, чтобы снять затруднение, какая же функция будет у меня? (Организовывать нашу работу и помогать.)

− Чему вы ещё учитесь на уроках? (Учимся учиться.)

− Молодцы! В добрый путь!

***2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в пробном учебном действии.***

− А теперь давайте проверим, насколько вы готовы двигаться дальше.

* **Учащимся предлагается самостоятельно выполнить следующие задания с последующей самооценкой:**
* Являются ли арифметическими прогрессиями следующие последовательности чисел:

а) 1; 2; 3;4; 5; 6; .. ,

б) 5; 5; 5; 5; 5; .. ,

г) 1; 2; 22; 23; 43; 44; …

* Выписать первые пять членов последовательности (*сn*), если *с1 =* 3*, сn+1 = сn +* 4.
* Дана последовательность чисел (*хп*): 1, 4, 7, 10, 13, 16, …. Назовите третий, пятый, первый, восьмой, шестой члены последовательности.
* Последовательность задана первыми членами: 1, 5, 9… Задайте формулу общего вида.
* Последовательность (*аn*), задана формулой *аn =* 2*n +* 3*.* Является ли членом последовательности число 9?

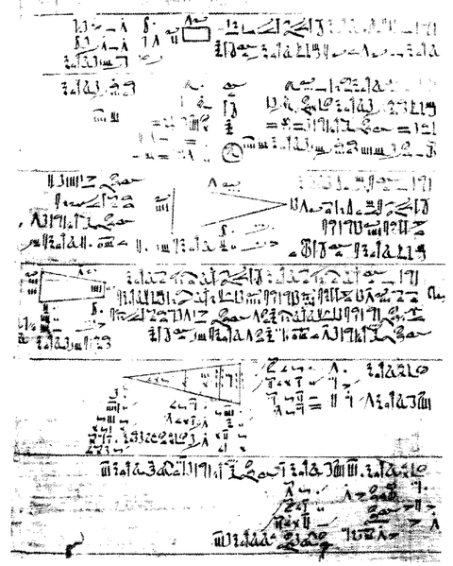
− Сверьте свои решения с эталоном.

− Что вы сейчас повторили? (Мы повторили понятие арифметической прогрессии, рекуррентную формулу, формулу *n*-го члена.)

− Какое следующее задание я вам предложу? (Задание для пробного действия.)

−С какой целью вам предлагается пробное задание? (Чтобы понять, что нового сегодня будет на уроке.)

− Перенесемся в мир Древнего Египта, страны великих достижений человеческой мысли, великих астрономов и математиков. На этом слайде мы видим, как создавалась пирамида. Египетские пирамиды были построены благодаря не только упорному труду, но и математической мысли. Достижения Египетских математиков непостижимы не только по своему совершенству, но и по точности математических расчетов. Математические правила, нужные для земледелия, астрономии и строительных работ, древние египтяне записывали их на стенах храмов или на папирусах.

[](http://mathematiques.lfsl.free.fr/IMG/png/480px-Egyptian_A_h-mose_or_Rhind_Papyrus__1065x1330_.png)[](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d9/Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg)

− Самый большой, сохранившийся до наших дней, древнеегипетский математический текст – это папирус писца 18–17 веков до нашей эры Ахмеса. Он имеет размер 5,25 м на 33 см, содержит 84 задачи. Когда его расшифровали, то узнали такую вещь. Если камушки (или другие предметы) разложить рядами в форме треугольника так, что в первом ряду положить 1 камень, во втором – 2 и т.д., то их количество называли «треугольным числом». Таким образом, треугольные числа образуют такую последовательность:

*a*1 = 1, *a*2 = 2, *a*3 = 3, …, а сумма этих камушков образует треугольное число

− Обозначим его *Sn* = 1 + 2 + 3 + 4 + … + *n*. Где *n* – это *n*-й член этой последовательности. И в зависимости от количества членов можно находить любое треугольное число. А какая у нас получилась последовательность? (Арифметическая прогрессия.)

− Что же такое треугольное число? Это и есть сумма *n*-первых членов арифметической прогрессии. В современной математике нет такого понятия, как треугольное число, в современной науке его называют сумма *n*-первых членов арифметической прогрессии.

− Сформулируйте тему урока. (Сумма *n*-первых членов арифметической прогрессии.)

− Так мы и назовем тему нашего урока. Запишите ее в тетради.

− И так задание. Пусть членов последовательности будет100. Нужно найти сотое треугольное число или, другими словами,сумму *n*-первых членов арифметической прогрессии:

***S*100 = 1 + 2 + 3 + 4 + … + 100.**

− Что вы теперь будете делать с этим заданием? (Мы попробуем выполнить его.)

− С какой целью вы будете пробовать? (С целью понять, где у нас затруднение, а может быть найти способ для выполнения задания.)

* **На работу отводится 1 минута. После истечения времени.**

− У кого нет ответа? Сформулируйте своё затруднение. (Я не смог найти сумму 100 первых членов арифметической прогрессии.)

− У кого есть результат, покажите. Вы можете доказать, что вы правильно выполнили задание, т.е. вы можете предъявить правило нахождения сумму *n*-первых членов арифметической прогрессии? (Нет.)

− Сформулируйте затруднение. (Мы не можем доказать правильность своего решения.)

− Вы хотите разобраться, почему так произошло? (Да.)

***3. Выявление места и причины затруднения***

– Что вы должны были сделать? (Найти быстро значение выражения.)

− Как вы действовали? (…)

– Почему у вас возникло затруднение? (У нас нет быстрого, простого способа нахождения суммы *n*-первых членов арифметической прогрессии.)

***4. Построение проекта выхода из затруднения***

− Уточните цельсвоей деятельности. (Надо составить алгоритм, вывести формулу, с помощью которой, быстрее можно найти сумму *n*-первых членов арифметической прогрессии.)

− Чем же можно воспользоваться, чтобы упростить вычисления? (Переместительным, сочетательным, распределительным законами сложения чисел.)

− Как вы будете реализовывать цель?

***5. Реализация построенного проекта***

− Сегодня вы будете работать в группах. На выполнение 3 минуты. После выполнения, группы представляют результат работы.

* **Одна из групп по желанию выставляет свою версию на доске с помощью магнитов или скотча, и обосновывает её. Остальные группы работают на дополнение и уточнение.**
* **Задача учителя на данном этапе – организовать согласование всех полученных версий. После этого он выставляет собственный вариант, и учащиеся сравнивают его со своими версиями.**
* **Результатом работы групп, должен быть получен алгоритм и значение выражения, найденных с помощью нового способа действий.**
* **Можно также провести фронтальную беседу.**

− Может быть, вам эта задача кажется не такой уж и легкой, но эта задача уже однажды была решена, причем 9-ти летним мальчиком.

***Историческая справка***

Эта задача связана с детскими годами замечательного немецкого математика Карла Гаусса (1777–1855 гг.). Когда ему было 9 лет, учитель задал эту задачу всему классу, чтобы дети не мешали ему проверять письменные работы учеников другого класса. Через 1 минуту Карл произнес: «Я уже решил…» – и сдал работу. К концу урока сумму вычислили и остальные.

Давайте попробуем повторить этот опыт.

− Рассмотрим, как с этим справился маленький Карл: (слайд)

Учащимся предлагается еще одна возможность.

− Найдите в этой задаче 20-е треугольное число, т.е. что нужно сделать? (Найти сумму 20-первых членов арифметической прогрессии.)

− Проанализировав решение двух задач, выведите общую формулу. (…)

− Если значение последнего члена суммы не известно? (Можно воспользоваться формулой *n*-го члена арифметической прогрессии.)

− Совместите обе формулы и выведите еще одну формулу для нахождения суммы *n* первых членов арифметической прогрессии.

− Достигли вы цели? (Да.)

− Уточните вывод. (Если надо найти суммы *n*-первых членов арифметической прогрессии, то можно использовать одну из формул.)

* **Учитель вывешивает на доску эталон.**

− Какой следующий шаг вы должны выполнить? (Научиться применять новые знания.)

*6. Первичное закрепление во внешней речи*

**Интересный факт**: ямб и хорей (слайд)

− Найдите сумму десяти первых четных чисел натурального ряда. Является ли данная последовательность арифметической прогрессией? (Да).

− Назовите первый член и разность этой арифметической прогрессии. (2; 2.)

− Известен ли последний член этой арифметической прогрессии? (Нет.)

− Какой формулой удобнее воспользоваться? (Второй формулой.)

* **Один из учеников выходит к доске и выполняет**



− Выполните задания в парах

1. Найдите сумму шестидесяти первых членов арифметической прогрессии (*an),*

если *а1 =* 3*, а60 =* 57*.*

1. Вычислите сумму девяти первых членов арифметической прогрессии (*bn),*

если *b1 =* −17*, d =* 6.

* **Задание выполняется в парах, с проверкой результатов по образцу.**



1)



2)

***7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону***

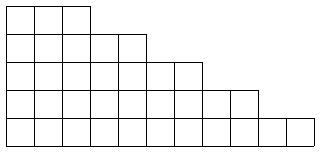
− Выполните самостоятельно: найдите сумму пятидесяти первых нечетных чисел натурального ряда.

* **Учащиеся сверяют работу по эталону для самопроверки.**
* **Проводится анализ и коррекция ошибок. Желательно, что бы дети, допустившие ошибки объяснили причину, по которой они не правильно выполнили задание.**

− В каком месте была допущена ошибка?

− Почему у вас возникли затруднения?

*8. Включение в систему знаний и повторение*

**Задача 1.** Рабочий выложил плитку следующим образом: в первом ряду - 3 плитки, во втором - 5 плиток и т.д., увеличивая каждый ряд на 2 плитки. Сколько плиток понадобиться для 7 рядов?

*a*1 = 3, *d* = 2, 

*Ответ*: 63 плитки.

**Задача 2.** За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на три коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов Карл украл в последний день?

 a1=7, a16=7+15\*3=52

Ответ: 52 коралла.

**Задача 3.** Том Сойер красил забор длиной 105 м, причем день за днем количество выкрашенного за день уменьшалось на одну и ту же величину. За сколько дней был выкрашен забор, если за первые три дня Том выкрасил 36 м забора, а за последние три дня – 27 м?

**Решение**

Обозначим через *n* искомое количество дней, а через http://unichance.ru/img/lib/735.gifколичество (в метрах) выкрашенного в *k*-ый день. Тогда http://unichance.ru/img/lib/730.gif– арифметическая прогрессия, в которой

|  |
| --- |
| http://unichance.ru/img/lib/753.gif, http://unichance.ru/img/lib/754.gif, http://unichance.ru/img/lib/755.gif |
| Далее имеем: |
| http://unichance.ru/img/lib/766.gif |
| http://unichance.ru/img/lib/767.gif, http://unichance.ru/img/lib/768.gif, http://unichance.ru/img/lib/769.gif |
| http://unichance.ru/img/lib/747.gif, http://unichance.ru/img/lib/770.gif |
| *Ответ*: 10 дней. |

**Задача 4.** За изготовление и установку самого нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 26 у.е., а за каждое следующее кольцо платили на 2 у.е. меньше, чем за предыдущее. Кроме того в конце работы заплатили еще 40 у.е.. Сколько колец в колодце, если потом выяснили, что средняя стоимость одного кольца оказалась  у.е?

**Решение:**

*а*1 = 26, *d* = −2, *аn* = 28 − 2*n*, *Sn* = 27*n* − *n*2, , 9*n*2 − 41*n* – 360 = 0, *n* = 9 (*n* ∈ *N*)

*Ответ*: 9 колец

***9. Рефлексия деятельности на уроке***

− Какое новое число вы открыли сегодня? (Треугольное число или сумму *n*-первых членов арифметической прогрессии)

− Какую цель вы ставили в начале урока?

− Вы достигли поставленной цели?

− Что вам помогло достичь цели?

− Какие формулы вывели?

− Эти формулы подходят для любой числовой последовательности?

− Какой формулой, когда пользоваться удобнее?

***Домашнее задание:***

− Начать заполнение таблицы. Продолжим её заполнение на последующих уроках. Выучить формулы суммы *n* первых членов арифметической прогрессии. Придумать задачи на применение каждой формулы суммы *n*-первых членов арифметической прогрессии.

Таблица: "Арифметическая и геометрическая прогрессии".

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Арифметическая прогрессия | Геометрическая прогрессия |
| Примеры |  |  |
| Определение |  |  |
| Рекуррентная формула |  |  |
| Формула *n*-го члена |  |  |
| Характеристическое свойство |  |  |
| Общий вид формулы *n*-го члена |  |  |
| Формула суммы *n* первых членов. |  |  |

− Возвращаясь к эпиграфу нашего урока, я хочу узнать, стал ли для вас этот час счастливым, прибавили ли вы что-то к своему образованию?

− У каждого из вас на столе карточки (розовая, зелёная, жёлтая). Уходя из класса, прикрепите на дверь одну из них. До свидания! Спасибо за урок!

*Карточка розового* цвета обозначает: “Я удовлетворён уроком, урок был полезен для меня, я много, с пользой и хорошо работал на уроке, я понимал всё, о чём говорилось и что делалось на уроке”.

*Карточка желтого* цвета обозначает: “Урок был интересен, я понимал практически всё, о чём говорилось и что делалось на уроке, но при решении задач не все получилось”.

*Карточка зеленого* цвета обозначает: “Пользы от урока я получил мало, я не очень понимал, о чём идёт речь, мне это не очень нужно, домашнее задание я не понял, к ответу на уроке я был не готов”.

***Литература:***

1. Макарычев, Ю.Н., Миндюк, Н.Г. Алгебра 9 / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 2004.
2. Баврин И.И., Фрибус Е.А.: Старинные задачи: Книга для учащихся / И.И. Баврин, Е.А. Фрибус. – М.: Просвещение, 1994.
3. Сборник задач по алгебре для 7-9 кл./М.:Просвещение, 2007 - 2008. / М. В.Ткачёва, Р.Г.Газарян.
4. Алгебра: Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе./Л.В.Кузнецова, С.Б.Суворова, Е.А.Бунимович и др.-М.: Просвещение, 2006-2008.
5. Текстовые задачи ЕГЭ (В13) и ГИА
6. [http://ru.wikipedia.org](http://ru.wikipedia.org/)
7. [http://raal100.narod.ru](http://raal100.narod.ru/)