**5. Основные содержательные цели. Организация самостоятельной деятельности учащихся по открытию новых знаний.**

**§1. Развитие понятия корня.**

**П. 4.1.1. Корни высших степеней**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать понятие кубического корня, корня *n*-й степени, арифметического корня *n*-й степени.
2. Познакомить учащихся со свойствами корня *n*-й степени и сформировать умение их применять.
3. Тренировать умение находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Закрепить умение изображать на плоскости решение уравнения с двумя неизвестными.

Для **самостоятельного** **открытия** понятия кубического корня рекомендуется выполнить №3 – №4. Выполнение задания №1 (а, в) готовит учащихся к этому открытию.

Для **самостоятельного открытия** понятия корня *n*-й степени арифметического корня *n*-й степени можно использовать задание №5 . Выполнение заданий №1 (а, в, ж, з), №2 готовит учащихся к этому открытию.

Для **самостоятельного** **открытия** простейших свойств *n*-й степени рекомендуется выполнить №6 или №7. Выполнение заданий №1 (б, г) готовит учащихся к этим открытиям.

**П. 4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать умение выполнять преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени: внесение множителя под знак корня, вынесение множителя из-под корня, приведение радикалов к общему показателю, освобождение от иррациональности в знаменателе (числителе).
2. Тренировать умение применять свойства корня *n*-й степени. Закрепить умение изображать на плоскости решение уравнения с двумя неизвестными; выполнять преобразования выражений с арифметическим квадратным корнем.

Для актуализации свойств корня *n*-й степени можно выполнить № 28. Для **самостоятельного** **открытия** способа вынесение множителя из-под корня рекомендуется выполнить №30 – №31. Для **самостоятельного** **открытия** способа приведения радикалов к общему показателю рекомендуется выполнить №29, №32.

**П. 4.1.3.\* Более сложные преобразования выражений, содержащих корни**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать умение выполнять преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени, основанные на использовании формул сокращенного умножения и комбинировании уже известных операций с корнем,
2. Тренировать умение выполнять преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени. Закрепить умение находить область определения функции, множество значений функции, строить графики функции.

Для **самостоятельного** **открытия** способа избавления от иррациональности в знаменателе с помощью формул сокращенного умножения рекомендуется выполнить №56. Предыдущие задания пункта готовят учащихся к этому открытию.

**П. 4.1.4. Функция  и ее график**

**Основные содержательные цели**:

1. Познакомить учащихся с функцией **** и выявить ее свойства.
2. Тренировать умение выполнять преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени. Закрепить определять промежутки возрастания и убывания функции.

Для **самостоятельного** знакомства с функцией **** и выявления ее свойств рекомендуется выполнить №78 – №79. Для подготовки этого открытия можно выполнить № 76 – №77.

**П. 4.1.5.\* Иррациональность чисел **

**Основные содержательные цели**:

1. Познакомить учащихся с теоремой о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами и сформировать умение применять ее для определения рациональности или иррациональности чисел вида ****, где *a* – натуральное число.
2. Тренировать умение строить график , строить графики функций с помощью преобразования вспомогательного графика. Закрепить умение определять четность, нечетность функции и применять это свойство для построения графика.

Для доказательства теоремы о корнях уравнения *xn* = *a* (теорема 1) учащиеся знакомятся с теоремой о рациональных корнях алгебраических уравнений с целыми коэффициентами (теорема 2). Для **организации самостоятельной деятельности** учащихся по формулировке гипотезы о рациональных корнях алгебраических уравнений с целыми коэффициентами, ее доказательству и применению рекомендуется выполнить №94. После чего учитель, опираясь на эту теорему, знакомит учащихся с теоремой о корнях уравнения *xn* = *a*.

**§ 2. Решение простейших иррациональных уравнений и неравенств.**

**П.4.2.1. Иррациональные уравнения.**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать умение решать простейшие иррациональные уравнения.
2. Познакомить учащихся с методом «угадывания» корня и дальнейшего доказательства его единственности на основании монотонности функции.
3. Тренировать умение доказывать иррациональность чисел. Закрепить умение находить члены последовательности, заданной формулой *n*-го члена и умение исследовать на монотонность последовательность.

Для **самостоятельного** **открытия** способа решения иррационального уравнения с использованием определения корня *n*-й степени рекомендуется выполнить №106 (1 – 2), третья часть этого задания готовит учащихся к выполнению следующего задания.

Для **самостоятельного** **открытия** способа решения иррационального уравнения с помощью возведения обеих частей уравнения в степень рекомендуется выполнить №107. Выполнение № 105 готовит учащихся к открытию способов решения иррациональных уравнений, фиксируя их внимание на равносильности преобразований.

**П. 4.2.2\* Иррациональные неравенства**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать умение решать простейшие иррациональные неравенства.
2. Сформировать умение решать более сложные неравенства, требующие рассмотрения ОДЗ неравенства или использования метода замены неизвестного\*.
3. Тренировать умение решать простейшие иррациональные уравнения. Закрепить умение находить члены последовательности, заданной формулой *n*-го члена и умение исследовать на монотонность последовательность.

Для **самостоятельного** **открытия** способа решения простейшие иррациональных неравенств рекомендуется выполнить №125 – №126.

**§3. Расширение понятия степени.**

**П.4.3.1. Степень с целым показателем.**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать понятие степени с отрицательным целым показателем.
2. Сформировать умение применять основные свойства степеней с целым показателем.
3. Тренировать умение решать иррациональные неравенства. Закрепить умение решать задачи на арифметическую прогрессию.

Для **самостоятельного** расширения понятия степени рекомендуется выполнить №147 – №148. Предыдущие задания пункта готовят учащихся к открытию, актуализируя понятие степени с неотрицательным целым показателем.

**П. 4.3.2. Степень с рациональным показателем**

**Основные содержательные цели**:

1. Сформировать понятие степени с дробным показателем.
2. Сформировать умение применять основные свойства степеней с рациональным показателем.
3. Тренировать умение применять основные свойства степеней с целым показателем. Закрепить умение решать задачи на арифметическую прогрессию.

Для **самостоятельного** расширения понятия степени рекомендуется выполнить №166 – №167. Предыдущее задание готовит учащихся к открытию, актуализируя понятие степени с неотрицательным целым показателем и корня *n*-й степени.

**П. 4.3.3\*. Степенная функция *y = kxn***

**Основные содержательные цели**:

1. Познакомить учащихся с функцией *y = kxn* и выявить ее свойства.
2. Тренировать умение применять основные свойства степеней с рациональным показателем. Закрепить умение решать задачи на арифметическую прогрессию.

Для **самостоятельного** знакомства с функцией *y = xn* и **открытия** ее свойств, путем систематизации уже известных случаев и рассмотрения новых случаев показателя рекомендуется выполнить №184 – №185.

**П. 4.3.4. Уравнения, содержащие неизвестное в рациональной степени.**

**Основные содержательные цели**:

1. Познакомить учащихся с приемами решения уравнений, содержащих неизвестное в степени с отрицательным и дробным показателем.
2. Тренировать умение строить график функции *y = xn*. Закрепить умение решать задачи на арифметическую прогрессию.

Для **самостоятельного** **открытия** способа решения простейшего уравнения, содержащего неизвестное в степени с отрицательным показателем, и способа решения простейшего уравнения, содержащего неизвестное в степени с дробным показателем, рекомендуется выполнить №199 – №202.

**6. Методические рекомендации по планированию уроков**

При изучении четвертой главы планированием предусмотрены уроки ОНЗ, структура которых обеспечивает выполнение учащимися целого комплекса универсальных учебных действий. Рассмотрим способ организации урока ОНЗ на примере содержания пункта 4.1.1. «Корни высших степеней».

В этом пункте учащиеся знакомятся с понятием корня *n*-й степени и арифметического корня *n*-й степени. Далее учащиеся знакомятся с основными свойствами корней *n*-й степени, на основании которых учатся преобразовывать числовые и буквенные выражения со знаком корня *n*-й степени.

Урок открытия новых знаний выстраивается в соответствии с требованиями технологии деятельностного метода Л.Г. Петерсон (см. раздел «Приложение»). На этапе *мотивации* учитель может предложить учащимся обсудить эпиграф к пункту, уточняя, что означает понятие аналогии. После чего учитель может попросить учащихся предположить, какие же методы будут использоваться ими на сегодняшнем уроке. После чего учитель сообщает, что учащиеся сегодня при изучении нового материала им будет помогать аналогия с хорошо знакомым понятием квадратного корня.

После чего учитель организует актуализацию нужных для открытия знаний с помощью выполнения заданий (№1 – №3). Для проблематизации и **самостоятельного открытия** понятия кубического корня рекомендуется использовать задания №3 – №4. Для проблематизации и **самостоятельного открытия** понятия корня *n*-й степени и арифметического корня *n*-й степени рекомендуется использовать задание №5.

Рассмотрим пример*структуры открытия нового знания:*

*1. Новое знание:* понятие кубического корня

*2. Актуализация.*

*Повторить:* понятие арифметического квадратного корня, понятие и свойство степени с четным и нечетным показателем.

*3. Задание на пробное действие.*

Заполните таблицу из №4 учебника.

*4. Фиксация затруднения*.

Я не могу записать числа, кубы которых равны *а*, (*а* не является точным кубом числа)*.*

Я не могу обосновать, что заполнил таблицу верно.

*5. Фиксация причины затруднения.*

Не известно, как записать в общем виде действительное число *x*, такое что *x*3 = *a*

*6. Цель учебной деятельности.*

Расширить понятие числа.

*7. Фиксация нового знания.*

Учащиеся должны построить понятие кубического корня.

*Открыть* новое знание учащиеся могут, воспользовавшись аналогией с понятием квадратного корня. Свою гипотезу они самостоятельно проверяют с использованием текста учебника

Далее учитель знакомит учащихся с понятием с понятием корня *n*-й степени и арифметического корня *n*-й степени. На *этапе первичного закрепления* рекомендуется выполнить задание №8 – №9, для *самостоятельной работы* учащимся можно предложить аналогичные задания.

Далее в зависимости от количества уроков, отведенных на изучение этого пункта, можно перейти к рассмотрению свойств корня и их применению (№10 – №13) либо сразу к повторению ранее изученного материала. В общеобразовательном классе рекомендуется организовать отдельный урок по открытию (№6 – №7) и применению свойств корня (№ 10 – №15).

Для *повторения* рекомендуется выполнить одно или несколько заданий из соответствующего раздела. На этапе *рефлексии* учащимся предлагается оценить процесс и результат своей работы на уроке.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрены и другие типы уроков: *уроки рефлексии тренировочного и коррекционного типа*, где учащиеся вырабатывают и закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

После изучение первого и второго параграфов в учебнике предлагается экспресс-тест, который можно использовать для урока рефлексии или в качестве домашней работы. Вопросы по третьему параграфу включены в содержание Экспресс-теста №7, который предлагается после изучения третьего и четвертого параграфов.

Планированием также предусмотрены и уроки *обучающего контроля*. Перед проведением контрольной работы рекомендуется провести урок рефлексии с использованием содержания соответствующего раздела «Задачи для самоконтроля».

**Уважаемые коллеги!**

**Далее мы предлагаем рассмотреть примеры решения некоторых заданий из рассмотренных в консультации параграфов четвертой главы.**

**№33.**

а) ;

б) ;

в) ;

г) ;

д) .

**№57.**

а) 

.

б) .

в) 

.

Также можно было сразу воспользоваться формулой для разности шестых степеней.

г) 

.

Также можно было последовательно воспользоваться формулами для разности кубов и разности квадратов (в любом порядке).

**№62.**

Заметим, что

,

.

Поэтому  предпоследнее равенство справедливо в силу ограничений на *t*.

Ответ: 6.

**№92.**

а) Пусть  – несократимая дробь. Тогда

.

Значит, *m* делится на 11. Поэтому *m*5 делится на 115, значит, *n*5 делится на 114, тогда *n* должно делиться на 11 (так как 11 простое число), что противоречит тому, что дробь была несократимой.

б) Пусть = *r* – рациональное число. Тогда



Так как , то левая часть иррациональное число, а правая – рациональное. Противоречие.

**№93.**

а) Пусть  – рациональное число. Тогда  – рациональное число. Противоречие.

б) Если , то *β*2 = 2 – рациональное число.

Если , то *β*2 =  – иррациональное число.

в) Пусть  – рациональное число. Тогда  – рациональное число. Противоречие.

г) Если , то *α ∙ β =* 2 – рациональное число.

Если , то *α ∙ β =*  – иррациональное число.

д) Если , то *α* + *β =* 2 – иррациональное число.

Если , , то *α* + *β =* 0 –рациональное число.

е) Если , то  *=* 1 – рациональное число.

Если , , то  – иррациональное число.

Ответ: а) иррациональным; б) в зависимости от числа может получиться, как рациональное, так и иррациональное число; в) иррациональным; г) в зависимости от чисел может получиться, как рациональное, так и иррациональное число; д) в зависимости от чисел может получиться, как рациональное, так и иррациональное число; е) в зависимости от чисел может получиться, как рациональное, так и иррациональное число.

**№110.**

а) Уединим квадратный корень и возведем обе части уравнения  в квадрат, и, учитывая, что это преобразование будет равносильным только при неотрицательности левой части уравнения, запишем следующую равносильность:



Решим квадратное уравнение, входящее в систему:



Так как *a* + *b*+ *c* = 0, то *x*1 = 1, тогда по теореме Виета,.

Проверим, удовлетворяют ли найденные корни второму условию системы:

1 ≥ 0,5 истинно,  ≥ 0,5 ложно.

Ответ: {1}.

б) Уединим кубический корень и возведем обе части уравнения  в куб:



(по теореме, обратной теореме Виета).

Проверку корней выполнять не надо, так как использованное преобразование  является равносильным.

Ответ: {–2; 7}.

**№128.**

а) 

.

б) .

в) 

.

Ответ: а) ; б) ; в) .

**№129.**

а) 

.

б) 

.

в) 

.

Ответ: а) ; б) ; в) .

**№152 (а).**

а)



**№171 (в).**



**№204 (а).**

Применим определение степени с рациональным показателем и решим иррациональное уравнение:



Ответ: {; }.

**Ниже мы предлагаем вам рассмотреть решение некоторых задач на смекалку, которые входят в рассмотренные параграфы четвертой главы.**

**№51\*.**

Возведем правую часть равенства в квадрат:

****.

**№75\*.**

Обе части равенства положительны, поэтому:







**№124\*.**

Пусть [*x*] = *n*, {*x*} = α. Тогда неравенство примет вид:



так как . Значит, [*x*] = *n* > 1, то есть .

Ответ: 

**№198\*.**

Пусть в классе *m* мальчиков и *d* девочек. Тогда из условия следует, что 1 + 2 + … + *m* делится на *d*, а 1 + 2 + … + *d* делится на *m.* То есть существуют такие целые *n* и *k*, что

.

Следовательно, . Хотя бы один из множителей числителя должен быть четным. Значит, хотя бы одно из чисел *m* или *d* – нечетное.